
Exercice à faire pour mercredi

Exercice 1 Suites de Cauchy :

- 1) Donner le critère de Cauchy pour une suite $(a_n)_{n \geq 1}$. Que pouvez vous dire d'une suite vérifiant le critère de Cauchy ?
- 2) Montrer que la suite définie par :

$$a_n = \sum_{k=0}^n \frac{\sin(k)}{2^k}$$

est une suite de Cauchy. Est ce que cette suite est monotone ?

- 3) Montrer que la suite définie par

$$a_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k}$$

n'est pas une suite de Cauchy. Est ce que cette suite est monotone ? Qu'en déduisez vous sur $(a_n, n \geq 1)$?

- 4) Montrer que la suite définie par

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{\cos(k!)}{k(k+1)}$$

est une suite de Cauchy. Utilisez l'égalité : $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$.